ΑΡΧΕΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΙΑΤΡΙΚΗΣ 2005, 22(2):134–145
ARCHIVES OF HELLENIC MEDICINE 2005, 22(2):134–145

Πιθανολογική θεωρία
Πιθανολογικός λογισμός ή λογισμός αβεβαιότητας

Ε. Ανευλαβής

Κωνσταντοπούλειο ΓΝ Ν. Ιωνίας «Η Αγία Όλγα», Αθήνα

Probability theory: Probability calculus or uncertainty calculus

Abstract at the end of the article

Λέξεις ευρετηρίου

Επαγωγική πιθανότητα
Κλασική θεωρία πιθανοτήτων
Λογική πιθανότητα
Πιθανολογική θεωρία
Τυχαιότητα

Και έτσι, επειδή συχνά στη ζωή οι πράξεις δεν δέχονται αναβολή, είναι πολύ σίγουρα αληθινό ότι όταν δεν μπορούμε να διακρίνουμε τις σωστότερες γνώμες, πρέπει να ακολουθούμε τις πιθανότερες.
Καρτέσιος «λόγος περί μεθόδου»

Το πιθανό είναι αυτό που συνήθως συμβαίνει.
Αριστοτέλης

Υποβλήθηκε 15.6.2004
Εγκρίθηκε 28.6.2004

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Μια από τις πιο ευχάριστες πλευρές της κλασικής λογικής, συμπεριλαμβανομένης και της συμβολικής, είναι ότι είναι βέβαιη. Λειτουργεί με τιμές αλήθεια ή ψεύδος, ισχύει ή δεν ισχύει, σε συμβολική έκφραση 1 ή 0 (ναι, όχι). Ο άρρωστος έχει ή δεν έχει τη νόσο Χ.

Εντούτοις, στον πραγματικό κόσμο και τον κόσμο της κλινικής Ιατρικής συνήθως τα πράγματα δεν είναι τόσο απλά. Εκφράσεις όπως είναι πιθανό, μπορεί, δεν αποκλείεται, είναι συμβατό, είναι συνήθεις στην κλινική Ιατρική και φέρνουν στο φως δύο σημαντικές έννοιες, που, συχνά, δεν συνειδητοποιεί ο κλινικός· την έννοια της αβεβαιότητας και τη –συνυφασμένη με αυτή– πιθανολογική λογική. Καταφεύγουμε στις πιθανότητες όταν δεν υπάρχει βέβαιος δρόμος.

Ένα γεγονός που έχει συμβεί είναι βέβαιο και παίρνει τιμή 1. Αντίθετα, στην άλλη άκρη του φάσματος, κάτι που είναι αδύνατο να συμβεί είναι επίσης βέβαιο και παίρνει τιμή 0. Στις δύο αυτές ακραίες τιμές εξαντλείται η βεβαιότητα και μεταξύ των δύο αυτών τιμών βασιλεύει η αβεβαιότητα του πραγματικού κόσμου.

Η έκφραση, π.χ., ο Χ πιθανώς έχει τη νόσο Ν εκφράζει την πεποίθηση του λέγοντος, η οποία, ανάλογα με το λέγοντα και το πλαίσιο αναφοράς μέσα στο οποίο λέγεται, μπορεί να πάρει τιμές >0 και <1. Για κάθε τιμή πιθανότητας P να συμβαίνει το διατυπούμενο γεγονός (αλήθεια) θα υπάρχει η συμπληρωματική της τιμή, πιθανότητα 1–P, να μη συμβαίνει (ψεύδος). Οι εκφράσεις πιθανόν, συμβατό κ.λπ., απλά εκφράζουν την πεποίθηση (όχι όμως τη βεβαιότητα) του λέγοντος τη στιγμή που διατυπώνει την κρίση του και βάσει των δεδομένων, πληροφοριών ή ενδείξεων που έχει στη διάθεσή του, ως προς τα συμβαίνοντα, με τη γνώση ότι καλείται να εκφέρει την κρίση του για ένα γεγονός για το οποίο είναι αβέβαιος.

Στην καθημερινή κλινική πράξη, ο κλινικός συνεχώς καλείται να λάβει αποφάσεις σε καταστάσεις που χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητα. Και τις λαμβάνει, συνειδητά ή ασυνείδητα, πιθανολογώντας.

Ο πιθανολογικός λογισμός επιτρέπει το χειρισμό καταστάσεων κατά τις οποίες δεν είναι διαθέσιμη η πλήρης πληροφορία, ώστε να επιτρέπει τον κατηγορικό χειρισμό, από λογική έποψη, των καταστάσεων (ναι-όχι). Εντούτοις, δίνει τη δυνατότητα να δοθεί η καλύτερη δυνατή απάντηση που επιτρέπει η διαθέσιμη πληροφορία (ενδείξεις). Πέραν αυτού, ορίζει όχι μόνο την πιθανότητα αλήθειας μιας υπόθεσης βάσει δεδομένων (ανεπαρκών) ενδείξεων, αλλά και τι βαθμό πεποίθησης μπορεί κάποιος να έχει σε αυτή την υπόθεση. Με άλλα λόγια, πόσο ισχυρή είναι.

Όλοι οι άνθρωποι και καθένας ξεχωριστά στην καθημερινή ζωή συνεχώς βρισκόμαστε αντιμέτωποι με ερωτήσεις που πρέπει να απαντηθούν. Συνεχώς είμαστε υποχρεωμένοι να εξηγήσουμε καταστάσεις και φαινόμενα. Συνεχώς, με μια λέξη, είμαστε υποχρεωμένοι να σκεπτόμαστε. Είμαστε υποχρεωμένοι να απαντήσουμε σε ερωτήσεις, να επιλύσουμε προβλήματα, να πάρουμε αποφάσεις. Σε ελάχιστες περιπτώσεις, στην πραγματική ζωή, αντιμετωπίζουμε προβλήματα που έχουν μία και μοναδική βέβαιη λύση. Στα μαθηματικά προβλήματα, όλα τα δεδομένα είναι διαθέσιμα και, βάσει των αξιωμάτων επί των οποίων στηρίζονται, οι λύσεις είναι βέβαιες και δεδομένες. Στην αριθμητική είναι βέβαιο ότι ένα και ένα κάνει δύο, ούτε 2,1 ούτε 1,9.

Ωστόσο, στην καθημερινή ζωή, στα κοινωνικά και σε όλα τα βιολογικά και φυσικά φαινόμενα, συχνά, τα προβλήματα που αντιμετωπίζουμε σπάνια έχουν μία βέβαιη, καθαρή απάντηση. Σπάνια σε αυτές τις περιπτώσεις έχουμε την πλήρη γνώση ή επαρκή γνώση ώστε να καταλήξουμε, ακόμη και οι πλέον ειδικοί και παιδευμένοι, σε ένα μοναδικό και σίγουρο συμπέρασμα-λύση. Η απάντηση στο ερώτημα του ασθενούς «εάν αφαιρέσω τον έναν πνεύμονά μου στον οποίο έχει διαγνωστεί καρκίνος, αυτό σημαίνει ότι θεραπεύτηκα από τον καρκίνο;» δεν μπορεί να είναι μονοσήμαντη ναι ή όχι. Ή η ερώτηση «θα πάθω οπωσδήποτε καρκίνο εάν καπνίζω;», επίσης, δεν μπορεί να απαντηθεί μονοσήμαντα. Πλείστα όσα παραδείγματα από τη φυσική, τις βιολογικές επιστήμες, την κλινική Ιατρική δηλώνουν αυτή την αδυνατότητα εφαρμογής σε αυτές τις περιπτώσεις της αριθμητικής βεβαιότητας του ένα και ένα κάνει δύο. Εδώ, η απάντηση είναι προσεγγιστική και μέτρο της αβεβαιότητας που περιβάλλει το πρόβλημα. Εάν στο πρώτο ερώτημα απαντήσετε, η πιθανότητα είναι 62% μετά από 5 χρόνια (το διάστημα μετά το οποίο θεωρείται ότι κάποιος θεραπεύτηκε από τον καρκίνο και η επανεμφάνιση καρκίνου σημαίνει νέο καρκίνο), απλά εκφράζετε την αβεβαιότητά της σε σχέση με την πραγματικότητα, η οποία μετράται με την πιθανότητα 62%.

Αυτού του τύπου ο λογισμός, ο πιθανολογικός λογισμός, αναγνωρίζεται από τη σύγχρονη επιστήμη ότι είναι ο μόνος που εξηγεί τα συμβαίνοντα στο φυσικό (και όχι το υπερφυσικό ή θεωρητικό) σύμπαν και στον κόσμο της πραγματικότητας. Ο κόσμος μας είναι αβέβαιος και η μόνη πραγματική προσέγγισή του είναι με τη μέτρηση αυτής της αβεβαιότητας διά της πιθανολογικής λογικής και η ενσωμάτωσή της στη λήψη αποφάσεων που περιβάλλονται από αβεβαιότητα.

Η επιστήμη βασίζεται και προάγεται διά του επαγωγικού συλλογισμού (επαγωγής), όπου, από σύνολο παρατηρήσεων, καταλήγουμε σε ένα γενικό συμπέρασμα βάσει συγκεκριμένης μεθοδολογίας. Και επειδή όσες παρατηρήσεις και να κάνουμε, που είναι ευνοϊκές για την υπό εξέταση υπόθεση, εάν μια παρατήρηση είναι δυσμενής προς αυτήν την καταρρίπτει, το γενικό συμπέρασμα θα είναι υπό ευρεία έννοια πάντοτε πιθανολογικό, δηλαδή θα έχει τιμές μεταξύ 0 και 1 και, ενώ με μια αρνητική παρατήρηση θα μπορεί να μηδενιστεί, ουδέποτε θα μπορεί να φθάσει την τιμή της βεβαιότητας 1, όσο μεγάλος και εάν είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων. Απλά, αυξανομένου του αριθμού των παρατηρήσεων, θα παρατηρείται μια σύγκλιση των τιμών προς ένα όριο, το οποίο, αυξανομένου του αριθμού των παρατηρήσεων, θα αποκλίνει όλο και λιγότερο από την πραγματική τιμή, χωρίς ποτέ να την προσεγγίζει, δεδομένου ότι, για να επιτευχθεί αυτό, απαιτείται άπειρος αριθμός παρατηρήσεων.

Συνοπτικά, ο πιθανολογικός λογισμός χρησιμεύει στην αντιμετώπιση καταστάσεων στις οποίες η πλήρης πληροφορία ελλείπει και ως εκ τούτου δεν είναι δυνατή η εφαρμογή της παραγωγικής λογικής (στην οποία βασίζονται τα μαθηματικά) και παρέχει την καλύτερη δυνατή απάντηση-λύση βάσει της διαθέσιμης πληροφορίας. Δεν προσφέρει μόνο την καλύτερη δυνατή επιλογή μεταξύ πολλών εναλλακτικών, αλλά επίσης επιτρέπει να προσδιοριστεί και ένας βαθμός πεποίθησης για την ορθότητα αυτής της επιλογής. Η πιθανολογική λογική έχει εφαρμογή, όσο και εάν δεν το συνειδητοποιούμε, στην καθημερινή κλινική πράξη, η οποία διαποτίζεται από αβεβαιότητα και όλοι την εφαρμόζουμε, συνειδητά ή ασυνείδητα. Το αποτέλεσμα μιας δοκιμασίας συνοδεύεται από μια πιθανότητα να είναι αληθώς θετικό για την κατάσταση την οποία διερευνά. Η χορήγηση μιας θεραπείας δεν είναι γνωστό, κατά τη στιγμή που αποφασίζεται, κατά πόσο θα οδηγήσει σε ίαση ή όχι, θα προκαλέσει μια ανεπιθύμητη ενέργεια ή όχι, που θα οδηγήσει στη διακοπή της κ.λπ. Παρόλο που δεν είναι γνωστό εάν θα εμφανιστεί ή όχι αυτή ή εκείνη η έκβαση (π.χ. ανεπιθύμητη ενέργεια ή όχι), είναι γνωστό ότι ένα από τα δύο θα εμφανιστεί, απλά δεν είναι γνωστό ποιο. Και εδώ όμως μπορεί να πιθανολογηθεί ποιο από τα δύο μπορεί να εμφανιστεί.

Παρά τους περιορισμούς της θεωρίας, θα πρέπει να γίνει αποδεκτό ότι ο πιθανολογικός λογικός αποτελεί ανάγκη στην επιστημονική περιπέτεια της κλινικής Ιατρικής. Στον πραγματικό κόσμο της κλινικής Ιατρικής δεν υφίστανται απόλυτες αποδείξεις του τύπου των μαθηματικών-γεωμετρικών αποδείξεων. Συνεπώς, αυτό που διαθέτουμε είναι μόνο ο πιθανολογικός λογισμός, που αποτελεί το μοναδικό τρόπο ρεαλιστικής, επιστημονικής σκέψης. Πρέπει να αποδεχθούμε, κατά την άσκηση της κλινικής Ιατρικής, ως επιστήμης, ότι είμαστε υποχρεωμένοι να επιλέγουμε μεταξύ εναλλακτικών καταστάσεων, ζυγίζοντας κινδύνους και αναλαμβάνοντας κινδύνους. Πρέπει να αποδεχθούμε το γεγονός ότι στην κλινική πράξη, όπως και στη ζωή, είναι αδύνατο να εξαφανίσουμε τον κίνδυνο στη λήψη των αποφάσεων. Επομένως, ο στόχος του κλινικού γιατρού ως επιστήμονα και όχι εμπειροτέχνη είναι να αξιολογήσει τους κινδύνους, να εντοπίσει έναν εύλογο κίνδυνο, τον οποίο θα αποδεχθεί με κουράγιο, εντιμότητα, προσοχή και ελπίδα. Τα σημαντικά προβλήματα στη ζωή και την επιστήμη απαιτούν σύγκριση πιθανοτήτων. Επομένως, ο πιθανολογικός λογισμός αποτελεί το θεμέλιο της κλινικής επιστημονικής σκέψης.

2. Η ΠΙΘΑΝΟΛΟΓΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΕΙΝΑΙ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΟΠΩΣ ΟΛΕΣ ΟΙ ΑΛΛΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ

Δηλαδή, έχει επιστημονική μέθοδο, απλά διαφέρει ως προς το αντικείμενο. Η θεωρία των πιθανοτήτων είναι επιστήμη, όπως όλες οι άλλες φυσικές επιστήμες. Έχει λεχθεί ότι ενώ οι άλλες επιστήμες συμπεραίνουν από αυτό που γνωρίζουμε, τα σπουδαιότερα συμπεράσματα της θεωρίας των πιθανοτήτων προέρχονται από αυτό που δεν γνωρίζουμε.[1] Το γεγονός αυτό δεν διαφοροποιεί τη θεωρία των πιθανοτήτων ως επιστήμη, η οποία χρησιμοποιεί την ίδια μέθοδο όπως και οι άλλες επιστήμες, αλλά ως προς το αντικείμενό της. Είναι επιστήμη με διαφορετικό αντικείμενο, όχι διαφορετική μέθοδο. Και η πιθανολογική επιστήμη, όπως οι άλλες φυσικές επιστήμες, αρχίζει με παρατηρήσεις, τις ιεραρχεί, τις ταξινομεί, παράγει από αυτές συγκεκριμένες έννοιες και νόμους και, τελικά, βάσει των αρχών της λογικής που έχει καθολική ισχύ, καταλήγει σε συμπεράσματα, τα οποία μπορεί να ελεγχθούν πειραματικά.

Από αυτή την αυστηρά επιστημονική άποψη, που θεωρεί ότι οι ίδιοι νόμοι συλλογιστικής και οι ίδιες βασικές μέθοδοι έχουν εφαρμογή στη θεωρία των πιθανοτήτων, όπως και σε όλες τις άλλες επιστήμες, μπορεί να οριστεί ο σκοπός και το περιεχόμενο της πιθανολογικής θεωρίας ως εξής:[2]

Υπάρχουν ορισμένα σύνολα, τα οποία συνδέονται με κάποιον τρόπο μεταξύ τους. Π.χ., το ρίξιμο ενός ζαριού και ενός άλλου ξεχωριστά και το ρίξιμο και των δύο ίδιων ζαριών ταυτοχρόνως αποτελούν τρία σύνολα αυτού του είδους. Τα δύο πρώτα σύνολα των μεμονωμένων ζαριών προσδιορίζουν το τρίτο (των δύο ζαριών), με την προϋπόθεση ότι κατά την ταυτόχρονη ρίψη και των δύο ζαριών δεν υφίσταται καμιά απολύτως αλληλεπίδραση μεταξύ τους. Δοθέντος αυτού, η ρίψη των δύο ζαριών αποτελεί σύνολο, του οποίου οι πιθανότητες μπορούν να προσδιοριστούν από τις πιθανότητες των δύο πρώτων συνόλων. Στην περίπτωση αυτή, οι δεδομένες ποσότητες είναι οι έξι πιθανότητες των 6 δυνατών εμφανίσεων (παρατηρήσεων) κατά τη ρίψη του ενός ζαριού και οι 6 παρόμοιες πιθανότητες κατά τη ρίψη του δεύτερου ζαριού. Το ζητούμενο μπορεί να είναι η πιθανότητα να παρατηρηθεί το άθροισμα 10 με τη ρίψη και των δύο ζαριών ταυτοχρόνως.

Το πρόβλημα είναι ανάλογο του υπολογισμού του μήκους μιας πλευράς ενός τριγώνου από τα γνωστά μήκη των δύο άλλων πλευρών και το μέγεθος της γωνίας που αυτές σχηματίζουν. Στη γεωμετρία, δεν ρωτά κάποιος με ποιο τρόπο μετράται το μήκος των πλευρών και το μέγεθος της γωνίας. Η γεωμετρία διδάσκει πώς προσδιορίζονται ορισμένες άγνωστες ποσότητες από άλλες θεωρούμενες γνωστές. Ομοίως, η πιθανολογική θεωρία διδάσκει πώς προσδιορίζονται οι πιθανότητες ενός νέου συνόλου βάσει των δεδομένων πιθανοτήτων ενός αριθμού αρχικών συνόλων, από τα οποία προέρχεται το νέο σύνολο. Ο πιθανολογικός λογισμός παρέχει έναν τύπο (εξίσωση) για τον υπολογισμό της πιθανότητας να παρατηρηθεί το άθροισμα «10» ή «δύο 6», ένα σε κάθε επιφάνεια κάθε ζαριού, κατά τη ρίψη δύο ζαριών.

Σε κάθε μαθηματικό αλλά και κλινικό πρόβλημα δίνονται (είναι γνωστά) ορισμένα δεδομένα και ζητείται να προσδιοριστούν κάποια άλλα άγνωστα. Στη θεωρία των πιθανοτήτων, όλα τα δεδομένα (γνωστά και άγνωστα) είναι πιθανότητες. Δηλαδή, η σχετική συχνότητα ενός συμβάντος σε μια μακρά (θεωρητικά απείρως μακρά) σειρά παρατηρήσεων.

3. Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ – ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΑ ΟΡΙΣΜΟΥ

«Όλη η φιλοσοφία μας συνίσταται στη διόρθωση των όρων κοινής χρήσης».[3]

Η συνειδητοποίηση αυτής της αλήθειας από την επιστημονική κοινότητα θα είχε ως αποτέλεσμα τη διευθέτηση των διαφωνιών και αντιπαλοτήτων που προκύπτουν από τη χαλαρή χρήση των όρων, σύμφωνα με τον αφορισμό του Humpty Dympty[4] «οι λέξεις σημαίνουν αυτό που εγώ επιλέγω να σημαίνουν» (οι περιπέτειες της Αλίκης στη χώρα των θαυμάτων).

Είναι διάχυτη η εντύπωση, αν όχι η πεποίθηση, σε πολλούς κλινικούς γιατρούς ότι οι στατιστικοί συμπερασμοί στην καλύτερη περίπτωση είναι αβέβαιοι και στη χειρότερη αναξιόπιστοι. Χωρίς να μπορεί να αρνηθεί κάποιος ότι πράγματι μεγάλος αριθμός σφαλερών και προκαλουσών σύγχυση εννοιών διατυπώνονται και δημοσιεύονται στο όνομα της στατιστικής και των πιθανοτήτων, θα πρέπει να γίνει σαφές –και σε αυτό κατατείνει η συγγραφή αυτού του άρθρου– ότι η εφαρμογή στους στατιστικούς συμπερασμούς μιας σαφούς και ακριβούς έννοιας της πιθανότητας μπορεί να θεμελιώσει επιστημονικούς συμπερασμούς, τουλάχιστον το ίδιο έγκυρους και «αληθείς» όσο οποιαδήποτε άλλη επιστημονική μεθοδολογία. Με άλλα λόγια, η σχέση της στατιστικής προς την αλήθεια μπορεί να ανευρεθεί μόνο σε έναν εύλογο ορισμό της πιθανότητας.

Οι λέξεις «πιθανόν», «πιθανότητα» είναι λέξεις του καθημερινού μας λεξιλογίου. «Υπάρχει πιθανότητα βροχής αύριο» λέει ο μετεωρολόγος, «είναι πιθανόν να νικήσει ο Ολυμπιακός στο ντέρμπυ» ισχυρίζεται ο φίλαθλος, «η πιθανότητα επιπλοκών είναι μεγάλη» διατείνεται ο γιατρός. Και όλοι τους δεν έχουν δυσκολία να εξηγήσουν τι εννοούν με αυτές τις φράσεις, εφόσον ικανοποιείται κάποιος με περιγραφικές απαντήσεις.

Εντούτοις, απομακρυνόμενος κάποιος από την καθημερινή χαλαρή και ανερμάτιστη χρήση των λέξεων και εκφράσεων, προσπαθώντας να δώσει μια ακριβή εξήγηση ή, ακόμη περισσότερο, έναν ορισμό της έννοιας «πιθανότητα», βρίσκεται αντιμέτωπος με σημαντική δυσκολία.

Ανατρέχοντας κάποιος στα λεξικά, διαπιστώνει τη δυσκολία να βρει έναν ακριβή ορισμό για την πιθανότητα. Ο λατινικός όρος probabilis έχει μεταφραστεί ως «όμοιος αληθείας» (like truth) ή «αυτό που έχει εμφάνιση αληθείας» (with an appearance of truth). Στα μέσα του 17ου αιώνα χαρακτηρίστηκε ως «ομοιάζων προς την αλήθεια» (truth-resembling). Το πιθανό είναι κάτι που βρίσκεται ενδιάμεσα, μεταξύ «αλήθειας και ψεύδους» (Thomasius 1688), «αυτό το οποίο, εάν εθεωρείτο αληθές, θα ήταν περισσότερο από το μισό βέβαιο, καλείται πιθανό» (Kant).

Είναι φανερό από τους παραπάνω «ορισμούς» ότι οι περισσότεροι είναι ταυτολογικοί ή ασαφείς και περιγραφικοί, υποδηλώνοντας εντούτοις τη δυσκολία ενός ακριβούς ορισμού. Ίσως θα πρέπει να αποδεχθεί κάποιος ότι η ορθότητα ενός ορισμού μιας έννοιας κρίνεται από το κατά πόσο η οριζόμενη έννοια μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως δημιουργική ιδέα στην καθημερινή ζωή και ως χρήσιμο εργαλείο στην πρόοδο της επιστήμης. Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι, πρώτον, το περιεχόμενο της επιστημονικής έννοιας είναι ανεξάρτητο της τρέχουσας χρήσης της στην καθημερινή ζωή και, δεύτερον, η αξία της έννοιας δεν μετράται παρά με τη χρησιμότητά της στην ανάπτυξη της επιστήμης και, κατά συνέπεια, εμμέσως, με τη χρησιμότητά της στην καθημερινή ζωή.

Η έννοια της πιθανότητας σχετίζεται καταρχήν εν μέρει με τη γνώση μας και εν μέρει με την άγνοιά μας.[5] Γνωρίζουμε ότι από τους 6 αριθμούς (1–6) που υπάρχουν στις έξι επιφάνειες του ζαριού, εάν ρίξουμε το ζάρι θα εμφανιστεί μετά βεβαιότητας ένας από αυτούς. Εντούτοις, δεν μπορούμε να γνωρίζουμε εκ των προτέρων ποιος από αυτούς τους αριθμούς θα εμφανιστεί. Γνωρίζουμε όμως ότι, εάν το ζάρι είναι «ανόθευτο», καθένας από αυτούς τους αριθμούς έχει την ίδια ευκαιρία (chance) να εμφανιστεί. Ο λόγος, λοιπόν, του αριθμού που ευνοεί την εμφάνιση ενός γεγονότος προς το σύνολο όλων των δυνατών περιπτώσεων είναι το μέτρο της πιθανότητας.[5]

Η επιστημονική έννοια της πιθανότητας, που αποτελεί τη μοναδική βάση του πιθανολογικού λογισμού, έχει εφαρμογή μόνο σε προβλήματα στα οποία είτε το ίδιο γεγονός επαναλαμβάνεται πολλές φορές είτε μεγάλος αριθμός ομοειδών γεγονότων εμφανίζονται ταυτόχρονα. Με άλλα λόγια, η θεωρία των πιθανοτήτων έχει εφαρμογή όταν υφίσταται απεριόριστη (θεωρητικά) αλληλοδιαδοχή ομοιόμορφων παρατηρήσεων, το καλούμενο «μαζικό φαινόμενο».[1] Για παράδειγμα, όταν αναφερόμαστε στην πιθανότητα θανάτου, δεν αναφερόμαστε σε ένα συγκεκριμένο άτομο αλλά σε ορισμένο σύνολο ατόμων με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά. Η πιθανότητα θανάτου αφορά σε αυτό το σύνολο των ατόμων με τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και σε κανένα άτομο αυτού του συνόλου ξεχωριστά.

4. ΒΡΑΧΕΙΑ ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ ΚΑΙ ΠΕΡΙΛΗΠΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ[6]

Η μαθηματική, κλασική όπως αλλιώς ονομάζεται, θεωρία των πιθανοτήτων γεννήθηκε[7] στη Γαλλία το έτος 1654 ως προσπάθεια επίλυσης, από τους εξέχοντες μαθηματικούς Blaise Pascal και Piere de Fermat, ενός προβλήματος που αφορούσε στα τυχερά παιχνίδια και τέθηκε από το Γάλλο de Mere (Antoine Gombaud, Chevalier de Mere, Sieur de Baussay, όπως είναι το πλήρες όνομά του), ο οποίος εντρυφούσε στα τυχερά παιχνίδια.[8] Μεταξύ άλλων, ο de Mere έθεσε το εξής πρόβλημα στον Pascal, που είναι γνωστό ως «πρόβλημα των σημείων»: Πώς θα πρέπει να κατανεμηθεί το χρηματικό βραβείο μεταξύ των διεκδικητών σε ένα παιχνίδι, εάν για κάποιο λόγο καταστεί αναγκαίο να διακοπεί το παιχνίδι όταν οι διεκδικητές του χρηματικού ποσού έχουν μόνο μερικούς βαθμούς στο σημείο της διακοπής;

Ο Pascal, προς επίλυση αυτού του προβλήματος, εισήγαγε την ιδέα ότι το χρηματικό ποσό που θα πρέπει να λάβει «καθένας από τους μετέχοντες στην περίπτωση διακοπής του παιχνιδιού πριν από το τέλος του, πρέπει να εξαρτάται από την πιθανότητα ότι ο συγκεκριμένος παίκτης θα κέρδιζε το παιχνίδι εάν αυτό συνεχιζόταν μέχρι τέλους βάσει της μερικής βαθμολογίας που έχει αυτός ο παίκτης στο σημείο διακοπής του παιχνιδιού». Ο Pascal ανέπτυξε αλληλογραφία με τον Fermat σχετικά με αυτό και άλλα παιχνίδια τύχης και ανέπτυξαν μια νέα μαθηματική θεωρία σε αυτό το πεδίο.

4.1. Η κλασική θεωρία της πιθανότητας (αρχή της ισοπιθανότητας. Η θεωρία του Laplace[9])

Η κλασική θεωρία της πιθανότητας αναπτύχθηκε από τον Jacob Bernoulli, ενώ ο ιερομόναχος Bayes είχε καθοριστική συμβολή σε αυτήν. Τέλος, ο μαθηματικός και φυσικός Pierre Simon Marquis de Laplace έγραψε την πρώτη εκτεταμένη πραγματεία για τις πιθανότητες (essai philosophique sur les probabilities), που πρωτοδημοσιεύτηκε στο Παρίσι το 1814.

Η κλασική θεωρία ορίζει την πιθανότητα ως *«το λόγο του αριθμού των ευνοϊκών περιπτώσεων προς τον αριθμό όλων των δυνατών περιπτώσεων»*, με την απαραίτητη προϋπόθεση ότι τα ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα.

Για παράδειγμα, έστω ότι κατά τη ρίψη ενός ζαριού ο παίκτης (ο εκτελών το πείραμα: ρίψη του ζαριού) ενδιαφέρεται για την ευκαιρία (chance) που έχει το ενδεχόμενο να εμφανιστεί (να «φέρει» στην ορολογία του παίκτη) η έκβαση (γεγονός) τρία. Σύμφωνα με την κλασική θεωρία των πιθανοτήτων, υφίσταται μία ευνοϊκή περίπτωση (δηλαδή, περίπτωση που πληροί την προϋπόθεση που εξειδικεύεται στην πρόταση: να εμφανιστεί κατά τη ρίψη του ζαριού το τρία), ενώ όλες οι δυνατές περιπτώσεις είναι 6 (οι 6 αριθμοί στις 6 επιφάνειες του ζαριού-κύβου). Ο λόγος των ευνοϊκών περιπτώσεων (3) προς το λόγο όλων των δυνατών περιπτώσεων (6) είναι 1/6 και, επομένως, η πιθανότητα να εμφανιστεί το 3 είναι 1:6=0,16666. Η κλασική θεωρία αποδέχεται το ανωτέρω αποτέλεσμα, με την προϋπόθεση ότι όλα τα ενδεχόμενα έχουν την ίδια πιθανότητα να εμφανιστούν. Για να εφαρμοστεί η κλασική θεωρία της πιθανότητας, πρέπει όλες οι δυνατές περιπτώσεις να είναι «ισοπίθανες» ή, κατά τη διατύπωση των δημιουργών της, πρέπει να ισχύει «η αρχή του μη αποχρώντος λόγου (principle of insufficient reason)» ή, όπως σήμερα αποκαλείται, «η αρχή της αδιαφορίας». Δηλαδή, εάν δεν υπάρχει κανένας λόγος να θεωρηθεί ότι μια περίπτωση πρέπει να εμφανιστεί παρά μια άλλη, τότε οι περιπτώσεις είναι ισοπίθανες.

4.2. Η νεότερη θεωρία της πιθανότητας (αρχή της οριακής τιμής της σχετικής συχνότητας. Η θεωρία του von Misses[10])

Ο ορισμός της κλασικής πιθανότητας έχει υποστεί κριτική το 19ο αιώνα κυρίως από τον von Misses, ο οποίος θεωρεί ότι η προϋπόθεση των ισοπιθάνων ενδεχομένων οδηγεί σε κυκλικό ορισμό της πιθανότητας (για να οριστεί η πιθανότητα, χρησιμοποιείται πάλι η πιθανότητα με τη μορφή των ισοπιθάνων ενδεχομένων). Πέραν αυτού, όμως, θέτει το ερώτημα κατά πόσο η έννοια της ισοπιθανότητας έχει εφαρμογή στις κοινωνικές επιστήμες, ακόμη και στη φυσική. Το παράδειγμα του προσδόκιμου ζωής είναι πειστικό. Εάν για έναν άνδρα 40 ετών, καλής μέχρι τώρα υγείας, λευκό, το προσδόκιμο ζωής είναι 38,8 έτη, η πιθανότητα να πεθάνει στο ηλικιακό διάστημα 40–41 ετών είναι 0,00201.[11] Αυτό, προφανώς, δεν σημαίνει ότι ο άνδρας αυτός, μόλις εορτάσει τα γενέθλιά του, θα πέσει νεκρός. Μπορεί να πεθάνει στην ηλικία των 40 ετών, στην ηλικία των 41 ετών ή στην ηλικία των 42 κ.λπ. Οι ηλικίες αυτές είναι όλες πιθανά ενδεχόμενα (θανάτου), όμως *δεν είναι ισοπίθανα*. Το προσδόκιμο ζωής, με την πάροδο των ετών, μειώνεται συνεχώς. Το ενδεχόμενο να πεθάνει ο άνδρας αυτός στην ηλικία των 120 ετών είναι εξαιρετικά απίθανο.

Παρόμοια κατάσταση επικρατεί, ισχυρίζεται ο von Misses, στην εφαρμογή της κλασικής θεωρίας των πιθανοτήτων στις κοινωνικές επιστήμες, στην πρόγνωση του καιρού, ακόμη και στη φυσική. Στις επιστήμες αυτές, η κατάσταση δεν είναι όμοια αυτής των τυχερών παιγνίων, όπου οι δυνατές εκβάσεις μπορεί να ταξινομηθούν σε ν αμοιβαίως αποκλειόμενες, πλήρως αριθμημένες περιπτώσεις, που πληρούν την προϋπόθεση της ισοπιθανότητας.

Έτσι, ο θεμελιωτής της σύγχρονης θεωρίας της πιθανότητας διατυπώνει ένα νέο ορισμό της πιθανότητας ως «μέτρο της σχετικής συχνότητας» των εκβάσεων (βλ. στη συνέχεια). Αυτό επιτρέπει την εφαρμογή των πιθανοτήτων και σε καταστάσεις όπου δεν υφίστανται ισοπίθανα ενδεχόμενα, όπως σε ένα «πειραγμένο» ζάρι, στο οποίο, σε μια πλευρά του, έχει τοποθετηθεί μολύβι και, επομένως, κάθε πλευρά δεν έχει την ίδια πιθανότητα εμφάνισης. Η έννοια της σχετικής συχνότητας για τον ορισμό της πιθανότητας κατ' αυτόν τον τρόπο βασίζεται στην έννοια της οριακής τιμής που λαμβάνει η σχετική συχνότητα σε μια άπειρη θεωρητικά σειρά παρατηρήσεων (εκβάσεων). Συμπερασματικά, προφανώς δεν είναι δυνατό να οριστεί μετά βεβαιότητας μια συγκεκριμένη τιμή πιθανότητας, με βάση τον ανωτέρω ορισμό, δεδομένου ότι απαιτούνται άπειρες παρατηρήσεις (πράγμα προφανώς αδύνατο, αν και –θεωρητικά– εξαιρετικά χρήσιμο). Εντούτοις, πρακτικά, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ποια *πιθανώς είναι η τιμή της πιθανότητας* μετά από μια, ευλόγως, μακρά σειρά παρατηρήσεων. Η εισαγωγή της έννοιας του ορίου και η αναφορά σε άπειρες σειρές παρατηρήσεων προκαλεί λογικές ή πρακτικές δυσκολίες, ωστόσο δεν ακυρώνει τον ορισμό και τη χρησιμότητά του[12] και αποτελεί το μόνο αποδεκτό επιστημονικό ορισμό της πιθανότητας. Η κλασική θεωρία, βασισμένη στην αρχή της ίσης πιθανότητας, αποδεικνύεται ανεπαρκής και δεν υφίσταται μέχρι σήμερα ορισμός που να υπερέχει του αντίστοιχου του von Misses.

Εντούτοις, το πρόβλημα του ορισμού της πιθανότητας για μοναδικές εκβάσεις αναφύεται και πάλι. Ο ορισμός του von Misses είναι αποδοτικός σε στατιστικά φαινόμενα. Αλλά πώς μπορεί να εφαρμοστεί σε μεμονωμένες εμφανιζόμενες άπαξ εκβάσεις, όπως στην περίπτωση της πιθανότητας θανάτου σε ένα συγκεκριμένο άτομο που αγοράζει ασφάλεια ζωής; Ο von Misses θεωρεί ότι δεν μπορεί να εφαρμοστεί και ότι παρόμοιες περιπτώσεις πρέπει να αποκλειστούν.

4.3. Η λύση του Reichenbach[13] στο πρόβλημα των μοναδικών εκβάσεων

Ο Reichenbach, συνδιαμορφωτής της θεωρίας του ορίου μαζί με τον von Misses, προτείνει την εφαρμογή του και σε μοναδικές μη επαναλαμβανόμενες εκβάσεις βάσει της ακόλουθης επιχειρηματολογίας. Όταν ο μετεωρολόγος ανακοινώνει ότι «η πιθανότητα να βρέξει αύριο είναι 2/3», έχει στη διάθεσή του μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων του καιρού από το παρελθόν, καθώς επίσης δεδομένα αναφορικά με τον καιρό του σήμερα (την ημέρα που κάνει την πρόβλεψη για τον αυριανό καιρό). Παρατηρεί ότι ο καιρός σήμερα ανήκει σε μια συγκεκριμένη κατηγορία (σύνολο) και ότι στο παρελθόν, όταν εμφανιζόταν ο καιρός αυτής της κατηγορίας, η σχετική συχνότητα με την οποία ακολουθούσε βροχή την επόμενη ημέρα ήταν 2/3. Με βάση αυτό το γεγονός, ο μετεωρολόγος, στην ουσία, θεωρεί ότι η παρατηρηθείσα συχνότητα 2/3, βασισμένη σε ορισμένο παρά άπειρο αριθμό παρατηρήσεων, είναι επίσης το όριο για την άπειρη σειρά παρατηρήσεων.

Με άλλα λόγια, εκτιμά ότι η οριακή τιμή της σχετικής συχνότητας είναι στην περιοχή του 2/3 και, βάσει αυτού, ανακοινώνει βραχυλογικά «πιθανότητα βροχής αύριο 2/3». Αυτό που στην ουσία λέει ο μετεωρολόγος, κατά τον Reichenbach, είναι: «Σύμφωνα με τις προηγούμενες παρατηρήσεις μας, καταστάσεις του καιρού όπως αυτή που παρατηρούμε σήμερα έχουν ακολουθηθεί με συχνότητα 2/3 από βροχή την επόμενη ημέρα». Η βραχυλογική έκφραση: «πιθανότητα βροχής αύριο 2/3» φαίνεται να προσδιορίζει πιθανότητα σε μια μοναδική περίπτωση (αύριο). Εντούτοις, ουσιαστικά αναφέρεται στη σχετική συχνότητα εμφάνισης σε μακρά (όχι όμως και άπειρη) σειρά παρατηρήσεων. Το ίδιο συμβαίνει και όταν λέμε ότι στην επόμενη ζαριά η πιθανότητα να έρθει 6 είναι 1/6. «Η επόμενη ζαριά» όπως και «ο καιρός αύριο» είναι μία και μοναδική περίπτωση. Προσδιορίζοντας όμως πιθανότητα σε αυτήν, αναφερόμαστε ουσιαστικά στη σχετική συχνότητα μακράς σειράς ρίψεων του ζαριού.[11]

4.4. Η έννοια της οριακής τιμής της σχετικής συχνότητας

Σύμφωνα με την κλασική θεωρία των πιθανοτήτων, πιθανότητα=1 σημαίνει ότι το αντίστοιχο συμβάν έχει μετά βεβαιότητας εμφανιστεί, ενώ πιθανότητα=0 σημαίνει αδυνατότητα εμφάνισης. Εντούτοις, ακόμη και εάν δεχθεί κάποιος ότι μια υπολογισμένη πιθανότητα λαμβάνει αυτές τις τιμές, θα πρέπει να έχει υπόψη του ότι πρόκειται περί ορίων προς τα οποία τείνει η πιθανότητα. Στη θεωρία των πιθανοτήτων ποτέ δεν μπορεί να παραχθούν οριστικές προτάσεις σχετικά με ένα συμβάν. Η μόνη ερώτηση που μπορεί να απαντηθεί είναι «τι μπορεί να αναμένει κάποιος στην πορεία μιας πολύ μακράς σειράς παρατηρήσεων;».[2] Τα παραπάνω βασίζονται στον ορισμό της πιθανότητας ως την οριακή τιμή της σχετικής συχνότητας. Έστω μια άπειρη σειρά στοιχείων, τα οποία διακρίνονται από δύο χαρακτηριστικά Α και Β. Έστω ότι η σειρά έχει την ακόλουθη δομή: πρώτα ένα Α, μετά ένα Β, μετά ένα Α, μετά δύο Β, μετά ένα Α, μετά τρία Β κ.λπ.:

ΑΒΑΒΒΑΒΒΒΑΒΒΒΒΑΒΒΒΒΒΑΒΒΒΒΒΒ...

Πρόκειται για μια κανονική σειρά συμβόλων, που μπορεί να εκφραστεί με μαθηματικό τύπο και εύκολα αντιλαμβάνεται κάποιος ότι, αυξανομένου του αριθμού των στοιχείων, η σχετική συχνότητα του στοιχείου Α προσεγγίζει το 0, ενώ η σχετική συχνότητα του στοιχείου Β συγκλίνει προς το 1.

Με άλλα λόγια, εάν ένα στοιχείο είναι εξαιρετικά σπάνιο, η σχετική του συχνότητα συγκλίνει προς το 0, χωρίς ποτέ να παίρνει την τιμή 0. Συνεπώς, πιθανότητα 0 σημαίνει απλά και μόνο μια πολύ σπάνια (μπορεί να λεχθεί απείρως σπάνια) εμφάνιση ενός ενδεχόμενου, αλλά όχι αδυνατότητα εμφάνισής του. Το ίδιο ισχύει και για την τιμή πιθανότητας 1. Στην περίπτωση αυτή, το συμβάν παρατηρείται συχνά, αλλά αυτό δεν σημαίνει ότι θα εμφανίζεται σε κάθε παρατήρηση. Είναι φανερό ότι ο χαρακτήρας της απροσδιοριστίας που διέπει την πιθανολογική θεωρία έχει εφαρμογή και στις οριακές περιπτώσεις, στις οποίες πρακτικά δίνουμε τιμή 1 ή 0. Η έκφραση της πιθανότητας ως η οριακή τιμή της σχετικής συχνότητας σημαίνει στην πράξη ότι έχει αντιστοιχία προς την πραγματικότητα (δεν είναι, δηλαδή, καθαρά μαθηματική θεωρητική).

Με βάση τα προαναφερθέντα, είναι δυνατό να προσεγγίσουμε έναν πρώτο αδρό ορισμό της πιθανότητας. Έστω ότι ρίχνουμε δύο ζάρια. Το χαρακτηριστικό «μιας ζαριάς» είναι το άθροισμα των κουκίδων που εμφανίζονται στην άνω επιφάνεια των ζαριών. Τι καλούμε πιθανότητα του χαρακτηριστικού «6 και 6», δηλαδή να εμφανιστεί ο αριθμός 6 (6 κουκίδες) στην επιφάνεια κάθε ζαριού (εξάρες, στη γλώσσα των παικτών); Έστω ότι ρίχνουμε τα ζάρια 200 φορές (200 παιχνίδια) και παρατηρούμε ότι το χαρακτηριστικό «6 και 6» εμφανίζεται 5 φορές. Ο λόγος 5/500=1/40 καλείται σχετική συχνότητα του χαρακτηριστικού «6 και 6» στις πρώτες 200 παρατηρήσεις (παιχνίδια). Έστω ότι επαναλαμβάνουμε το πείραμα (παιχνίδι, ρίξιμο ζαριών) για άλλες 200 φορές. Μπορούμε να υπολογίσουμε τη σχετική συχνότητα του χαρακτηριστικού για 400 φορές κ.λπ. Αυτό που θα παρατηρήσουμε είναι ότι, όπως σε όλα τα μαζικά φαινόμενα, έτσι και εδώ οι σχετικές συχνότητες καθίστανται ολοένα και περισσότερο σταθερές, με ολοένα και μικρότερες αποκλίσεις, καθώς αυξάνει ο αριθμός των παρατηρήσεων. Αυτή η κατά προσέγγιση τιμή της σχετικής συχνότητας εμφάνισης ενός χαρακτηριστικού μπορεί να θεωρηθεί ως η *πιθανότητα* εμφάνισης αυτού του χαρακτηριστικού.

Έστω ότι έχουμε δύο πανομοιότυπα ζευγάρια ζάρια. Ρίχνοντάς τα επανειλημμένως, παρατηρούμε ότι η σχετική συχνότητα «6 και 6» στο ένα ζεύγος προσεγγίζει την τιμή 5/200 και στο δεύτερο 20/200. Το δεύτερο ζεύγος θεωρούμε ότι είναι νοθευμένο. Παρόλα αυτά, το εάν είναι ή όχι νοθευμένο είναι άσχετο για τη θεωρία των πιθανοτήτων, κατά τον ίδιο τρόπο που είναι άσχετη η ηθική υπόσταση του ασθενούς, για το γιατρό, κατά τη διάγνωση μιας νόσου. Το κάθε ζεύγος έχει μια συγκεκριμένη πιθανότητα να εμφανίσει το «6 και 6», με τη διαφορά ότι οι πιθανότητες παρουσιάζουν μεγάλη διαφορά. Εδώ, έχουμε το «πρωτογενές φαινόμενο» της θεωρίας των πιθανοτήτων στην απλούστερη μορφή του. Η πιθανότητα να εμφανιστεί «6» σε ένα ζάρι είναι μια φυσική ιδιότητα του δεδομένου ζαριού, που συναρτάται με τη μάζα του, την ηλεκτρική του αντίσταση και άλλα φυσικά χαρακτηριστικά. Σε ένα δεδομένο ζεύγος ζαριών, η πιθανότητα εμφάνισης «6 και 6» είναι μια χαρακτηριστική ιδιότητα, μια φυσική σταθερά που ανήκει στο συνολικό πείραμα και είναι συγκρίσιμη με όλες τις άλλες φυσικές ιδιότητες του πειράματος. Η έννοια της πιθανότητας και η θεωρία των πιθανοτήτων έχει εφαρμογή μόνο σε σχέσεις που υφίστανται μεταξύ φυσικών ποσοτήτων αυτού του είδους.[1]

Η σχετική συχνότητα ενός χαρακτηριστικού, σε ένα σύνολο, είναι ο λόγος του αριθμού των περιπτώσεων κατά τις οποίες έχει εμφανιστεί το χαρακτηριστικό προς τον αριθμό των συνολικών παρατηρήσεων. Ο υπολογισμός της σχετικής συχνότητας γίνεται με ορισμένη περιορισμένη ακρίβεια μέχρι ενός αριθμού δεκαδικών ψηφίων. Έστω ότι παίζετε κορώνα-γράμματα. Εάν ο υπολογισμός της σχετικής συχνότητας γίνει στο πρώτο δεκαδικό ψηφίο, πιθανόν μετά από 500 ρίψεις (παιχνίδια, πειράματα) η σχετική συχνότητα θα προσεγγίζει το 0,5 και δεν θα αλλάζει με τη συνέχιση του πειράματος (περισσότερες ρίψεις). Εάν ο προσδιορισμός της τιμής της σχετικής συχνότητας καθοριστεί στο δεύτερο δεκαδικό ψηφίο, πιθανόν να χρειαστούν >10.000 ρίψεων για να παρατηρηθεί σταθερότητα στην τιμή της σχετικής συχνότητας στο όριο του 0,50 και ακόμη περισσότερες ρίψεις είναι αναγκαίες για να σταθεροποιηθεί η τιμή της σχετικής συχνότητας στο τρίτο κ.λπ. δεκαδικό ψηφίο. Βάσει των ανωτέρω, μπορεί να καταλήξει κάποιος στο επιστημονικά αποδεκτό συμπέρασμα ότι, συνεχίζοντας ένα παρόμοιο πείραμα για επαρκώς μακρύ χρονικό διάστημα και κάτω από τις ίδιες ακριβώς συνθήκες (όσο αυτό είναι πρακτικά δυνατό), θα λάβει σταθερές τιμές για τη σχετική συχνότητα του υπό εξέταση χαρακτηριστικού του σχετικού συνόλου, για το τρίτο, τέταρτο, ν δεκαδικό ψηφίο, γεγονός που σημαίνει ότι η τιμή θα τείνει προς ένα όριο. Αυτή η κατάσταση χαρακτηρίζεται ως οριακή τιμή της σχετικής συχνότητας.[1]

Περιγράφοντας τώρα ακριβέστερα την κατάσταση, μπορεί να ορίσουμε ότι ένα σύνολο είναι ένα μαζικό φαινόμενο ή ένα επαναλαμβανόμενο γεγονός ή απλά μακρά σειρά παρατηρήσεων, όπου η σχετική συχνότητα ενός χαρακτηριστικού που εξετάζεται σε αυτή τη σειρά παρατηρήσεων θα τείνει προς ένα όριο εάν οι παρατηρήσεις συνεχίζονται επ' αόριστον. Και αυτό επειδή η απαιτούμενη ακρίβεια στα δεκαδικά ψηφία ποτέ δεν φθάνει το απόλυτο 1. Θα παραμένει πάντοτε οριακά προσεγγιστική της μονάδας. Αυτό το όριο καλείται πιθανότητα του υπό εξέταση χαρακτηριστικού εντός της δεδομένης ομάδας συνάθροισης.[1] Απλούστερα, μπορεί να μιλάμε για πιθανότητα εμφάνισης του χαρακτηριστικού X=0,5, με την απαραίτητη προϋπόθεση ότι γνωρίζουμε επακριβώς το σύνολο στο οποίο αναφερόμαστε και στο οποίο ανήκει το χαρακτηριστικό X και ενθυμούμενοι πάντοτε ότι αυτό είναι μια συντόμευση του ανωτέρω ορισμού της πιθανότητας.

Σημειώστε! Είναι αδύνατο να μιλήσουμε για πιθανότητα εάν δεν έχουμε ορίσει μια συνάθροιση (collective). Συνεπώς, ο όρος «πιθανότητα σε δεδομένη ομαδοποίηση»[1] αποτελεί ακριβέστερο και σαφέστερο ορισμό της έννοιας πιθανότητα. Η σημασία που έχει ο σαφής προσδιορισμός του συνόλου για την εκτίμηση της πιθανότητας καθίσταται εμφανής στο κατωτέρω παράδειγμα.

Παράδειγμα (Laplace[14]): Θεωρήστε 24 κάρτες, απόλυτα ανακατεμένες, σε καθεμιά από τις οποίες είναι γραμμένο ένα γράμμα της αλφαβήτου. Επιλέγοντας 16 από τις κάρτες και βάζοντας αυτές με τη σειρά θα εκπλαγεί κάποιος εάν δει να σχηματίζεται η λέξη «Κωνσταντινούπολη», αντί κάποιου ακατανόητου συνδυασμού 16 γραμμάτων (ακτσδμκτρδνεκτρα) και «ευλόγως» θα θεωρήσει το συμβάν ως εξαιρετικά απίθανο. Ωστόσο, ο μηχανισμός του παιχνιδιού είναι τέτοιος, ώστε να διασφαλίζει την ίδια πιθανότητα εμφάνισης κάθε συνδυασμού 16 γραμμάτων από τους, συνολικά, 24^{16} (79228162514264337593543950336) δυνατούς συνδυασμούς 16 γραμμάτων (από τα 24 συνολικά γράμματα της αλφαβήτου). Γιατί λοιπόν θεωρείται η εμφάνιση της λέξης «Κωνσταντινούπολη» εξαιρετικά απίθανη, εφόσον ο συνδυασμός αυτός των 16 γραμμάτων έχει την ίδια πιθανότητα να εμφανιστεί όπως και κάθε άλλος συνδυασμός σε αυτό το σύνολο; Η απάντηση βρίσκεται στον όρο σύνολο. Κάθε συνδυασμός 16 γραμμάτων στο σύνολο των 24^{16} συνδυασμών έχει την ίδια πιθανότητα να εμφανιστεί: 1/79228162514264337593543950336. Δηλαδή, ο συνδυασμός «Κωνσταντινούπολη» έχει την ίδια πιθανότητα εμφάνισης με το συνδυασμό «σκτυθπερικφωνηρφ». Εντούτοις, μιλώντας για το εξαιρετικά απίθανο εμφάνισης του συνδυασμού «Κωνσταντινούπολη», αναφερόμαστε σε ένα διαφορετικό σύνολο, το οποίο έχει μόνο δύο χαρακτηριστικά: συνδυασμούς 16 γραμμάτων που σχηματίζουν «λέξεις με νόημα» (π.χ. Κωνσταντινούπολη, κατατονικόμορφος) και συνδυασμούς 16 γραμμάτων που σχηματίζουν «λέξεις χωρίς νόημα» (π.χ. αξκηδνωμορτκδλμα, ξακψβνρμκλασμτηε). Μεταξύ του τεράστιου αριθμού συνδυασμών 16 γραμμάτων (24^{16}), οι συνδυασμοί που σχηματίζουν κατανοητές λέξεις είναι εξαιρετικά ολιγαριθμότεροι αυτών που σχηματίζουν «μη κατανοητές» λέξεις. Συνεπώς, το χαρακτηριστικό «λέξεις χωρίς νόημα», στο σύνολο αυτό, έχει πολύ μεγαλύτερη πιθανότητα να εμφανιστεί από ό,τι το χαρακτηριστικό «λέξεις με νόημα».

Συμπερασματικά, ως πιθανότητα ορίζεται η σχετική συχνότητα με την οποία ορισμένα συμβάντα ή ιδιότητες εμφανίζονται σε σειρά παρατηρήσεων, οι οποίες ικανοποιούν την απαίτηση της τυχαιότητας και οι οποίες αναφέρονται ως σύνολα ή, ακόμη αυστηρότερα, η έννοια πιθανότητα αναφέρεται στην οριακή τιμή της σχετικής συχνότητας σε ένα πραγματικό σύνολο (collective συνάθροιση), δηλαδή σειρά παρατηρήσεων ή γεγονότων, που πληροί τη συνθήκη της τυχαιότητας (randomness).[1]

5. ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ

Ο επόμενος σταθμός στην ιστορία της θεωρίας των πιθανοτήτων είναι το 1921 με τη διατύπωση της έννοιας της λογικής πιθανότητας από τον John Maynard Keynes.[15] Σύμφωνα με τη θεωρία της λογικής πιθανότητας, πιθανότητα είναι η λογική σχέση μεταξύ δύο προτάσεων. Οποτεδήποτε διατυπώνουμε μια πιθανολογική πρόταση δεν διατυπώνουμε μια πρόταση σχετικά με την πραγματικότητα, αλλά μόνο σχετικά με τη λογική σχέση μεταξύ δύο άλλων προτάσεων. Ο Keynes διατυπώνει, προσεκτικά, τη θέση ότι σε περιπτώσεις όπου δεν υφίσταται ισοπιθανότητα δεν πρέπει να χρησιμοποιείται αριθμητική τιμή πιθανότητας, χωρίς όμως να είναι απόλυτος.

Δεν συμβαίνει το ίδιο όμως και με τον άλλο υποστηρικτή της θεωρίας της λογικής πιθανότητας, τον Harold Jeffreys, ο οποίος καταδικάζει ως συνολικά λανθασμένη τη θεωρία του ορίου της σχετικής συχνότητας και αποδέχεται τη λογική σχέση στον ορισμό της πιθανότητας. Διατυπώνει το αξίωμα ότι: «Προσδιορίζουμε το μεγαλύτερο αριθμό σε δεδομένα στην πιθανότερη πρόταση (και ως εκ τούτου ίσους αριθμούς σε ισοπίθανες προτάσεις)» και «εάν δεν υπάρχει αποχρών λόγος να αποδεχθούμε μια υπόθεση παρά μια άλλη, οι πιθανότητες είναι ίσες». Δηλαδή, εάν έχουμε ανεπαρκείς ενδείξεις να αποφασίσουμε κατά πόσο μια δεδομένη θεωρία είναι αληθής ή ψευδής, πρέπει να συμπεράνουμε ότι η θεωρία έχει πιθανότητα ½. Πρόκειται για μια διατύπωση που βασίζεται στην «αρχή της αδιαφορίας ή του μη αποχρώντος λόγου». Αλλά για να εφαρμοστεί αυτή η αρχή, πρέπει να υπάρχει κάποιο είδος συμμετρίας, όπως η ισότητα (ίση δυνατότητα εμφάνισης) καθεμιάς από τις 6 επιφάνειες του ζαριού ή των υποδοχών της ρουλέτας, που διασφαλίζει την αρχή του ισοπίθανου. Προφανώς, δεν είναι λογικό να δεχθούμε το ισοπίθανο απλά και μόνο επειδή δεν γνωρίζουμε τίποτα αναφορικά με τις ανταγωνιστικές υποθέσεις. Σύμφωνα με το αξίωμα του Jeffrey, θα πρέπει να δεχθούμε ότι η ύπαρξη ζωής στον Άρη έχει πιθανότητα 50%, απλά και μόνο γιατί δεν έχουμε αποχρώντες (επαρκείς) λόγους ούτε να αποδεχθούμε ότι ισχύει ούτε να αποδεχθούμε το αρνητικό της (ότι δεν ισχύει).[16] Κατά την ίδια λογική διαδικασία, μπορεί να θεωρηθεί ότι η πιθανότητα να υφίστανται ζώα στον Άρη είναι 50% και η πιθανότητα να υπάρχουν άνθρωποι είναι επίσης 50%, δεδομένου ότι δεν έχουμε αποχρώντα λόγο να δεχθούμε τη θέση ή την άρνηση αυτών των προτάσεων. Εντούτοις, η δεύτερη απόφανση (η πιθανότητα ύπαρξης ζώων στον Άρη είναι 50%) σχετίζεται με την πρώτη απόφανση (η πιθανότητα ύπαρξης ανθρώπων στον Άρη είναι 50%) κατά τέτοιο τρόπο, ώστε είναι αδύνατο να έχουν τις ίδιες πιθανότητες. Και αυτό, γιατί η δεύτερη απόφανση είναι ισχυρότερη της πρώτης επειδή την υποδηλώνει (εάν υπάρχουν άνθρωποι, κατά μείζονα λόγο θα υπάρχουν και ζώα), ενώ η δεύτερη δεν υποδηλώνει την πρώτη (εάν υπάρχουν ζώα, δεν υπάρχουν κατ' ανάγκη άνθρωποι). Συνεπώς, η δεύτερη πρόταση (απόφανση) έχει μικρότερη πιθανότητα από την πρώτη.[15]

5.1. Η θεωρία της λογικής πιθανότητας κατά τον Carnap (επαγωγική-λογική πιθανότητα)

Παρόλες τις αρνητικές κριτικές της θέσης των προηγουμένων, και οι δύο εισήγαγαν νέους δρόμους στη θεωρία των πιθανοτήτων βασισμένους στην έννοια της λογικής πιθανότητας, την οποία προσπάθησε να καταστήσει σαφέστερη ο Carnap[17,18] και να άρει τις αντιφάσεις της.

Σύμφωνα με τον Carnap, «η λογική πιθανότητα είναι λογική σχέση παρόμοια με τη λογική συνεπαγωγή (implication[19-21]) και μπορεί να θεωρηθεί ως «μερική συνεπαγωγή» κατά τα ακόλουθα:[22] Εάν η ένδειξη είναι τόσο ισχυρή ώστε η υπόθεση να συνεπάγεται λογικά από αυτήν, πρόκειται για μια ακραία περίπτωση, κατά την οποία η λογική πιθανότητα είναι 1 (βεβαιότητα). Παρομοίως, εάν η υπάρχουσα ένδειξη λογικά συνεπάγεται την άρνηση της υπόθεσης, τότε η λογική πιθανότητα της υπόθεσης είναι 0. Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις υφίσταται ένα συνεχές αναφορικά με την ισχύ της υπάρχουσας ένδειξης, στο οποίο με την παραγωγική λογική (παραγωγικός συλλογισμός) δεν μπορεί να διατυπωθεί τίποτα περισσότερο από την αρνητική απόφανση ότι ούτε η υπόθεση ούτε η άρνησή της μπορούν να παραχθούν (να συμπερασθούν) από την υπάρχουσα ένδειξη. Σε αυτό το συνεχές έχει εφαρμογή η επαγωγή (επαγωγικός συλλογισμός). Και η επαγωγή όπως και ο παραγωγικός συλλογισμός αναφέρονται μόνο σε προτάσεις και όχι σε γεγονότα της φύσης (πραγματικότητα). Ουσιαστικά, διά της επαγωγής, έχοντας διατυπώσει μια υπόθεση Υ βάσει δεδομένης ένδειξης Ε, συμπεραίνουμε ότι η Ε δεν συνεπάγεται λογικά την Υ (με την έννοια του παραγωγικού-υποθετικού συλλογισμού ότι η αλήθεια της προκειμένης συνεπάγεται απαραίτητα και οπωσδήποτε την αλήθεια της ελάσσονος), αλλά, για να το πούμε έτσι, η ένδειξη Ε μερικώς συνεπάγεται την υπόθεση Υ κατά μεγάλο βαθμό.

Με άλλα λόγια, κατά τη θέση του Carnap, στις περιπτώσεις αυτές νομιμοποιείται η χρήση αριθμητικής τιμής για τη λογική πιθανότητα και, επομένως, είναι δυνατό να δημιουργηθεί σύστημα επαγωγής, στο οποίο για οποιοδήποτε ζεύγος λογικών προτάσεων, από τις οποίες η μία βεβαιώνει ένδειξη Ε και η άλλη διατυπώνει υπόθεση Υ, μπορεί να προσδιοριστεί αριθμητική τιμή της λογικής πιθανότητας της υπόθεσης Υ σε σχέση με την υπάρχουσα ένδειξη Ε.

Για τις περιπτώσεις αυτές, ο Carnap ισχυρίζεται ότι είναι δυνατή μια μηχανική διαδικασία, ένα πρόγραμμα υπολογιστή [(επαγωγική μηχανή), όπου, εισάγοντας ορισμένο αριθμό παρατηρήσεων (ενδείξεων) Ε και μια υπόθεση Υ (με τη μορφή κανόνων πρόβλεψης: predictive rules)], είναι δυνατό, σε πολλές περιπτώσεις, να προσδιορίσουμε την τιμή της λογικής πιθανότητας, δηλαδή το βαθμό (αριθμητική τιμή) βεβαιότητας της υπόθεσης Υ βάσει των ενδείξεων Ε. Γι' αυτή τη δεχόμενη ποσοτικοποίηση (αριθμητική τιμή) λογική πιθανότητα, ο Carnap χρησιμοποιεί την έννοια της «επαγωγικής πιθανότητας» (inductive probability), θεωρώντας ότι πρόκειται για τη βασική έννοια που καθορίζει συνολικά τον επαγωγικό συλλογισμό (επαγωγή) και ότι ο κύριος σκοπός της επαγωγής είναι η αξιολόγηση αυτής της πιθανότητας.

Ανασκοπώντας τη σύγχρονη κατάσταση της θεωρίας της πιθανότητας διαπιστώνονται δύο βασικές θεωρίες, αυτή που βασίζεται στην έννοια της συχνότητας (απόλυτη συχνότητα των παλαιότερων ορισμών ή οριακή τιμή της σχετικής συχνότητας των νεότερων) και αυτή που βασίζεται στην έννοια της λογικής πιθανότητας (ως λογικής σχέσης), η οποία αποκλείει –κατά την παλαιότερη θεωρία– τη χρήση αριθμητικών τιμών ή ως «επαγωγική πιθανότητα» (Carnap) βασίζεται στο βαθμό της επιβεβαίωσης εκφρασμένης αριθμητικά ως τιμή πιθανότητας.

Το πρότυπο του Carnap στη μορφή της «επαγωγικής (λογικής) πιθανότητας» ενοποιεί την έννοια της στατιστικής πιθανότητας με την έννοια της λογικής πιθανότητας και επιτρέπει την έκφραση βαθμού «βεβαιότητας» με αριθμητική τιμή ισχύος μιας υπόθεσης βάσει ενδείξεων. Η διατύπωση «η πιθανότητα της νόσου είναι 80%», που μπορεί να θεωρηθεί στατιστικής υφής, εάν δεν διατυπωθεί η πλήρης πρόταση ότι: «βάσει των διαθέσιμων ενδείξεων που έχω, η πιθανότητα να έχει ο άρρωστος τη Ν νόσο είναι 80%», είναι μια επαγωγική-λογική πιθανότητα. Αυτό που ουσιαστικά λέει, σε αυτή την περίπτωση, είναι ότι ο βαθμός επιβεβαίωσης (confirmation κατά τον Carnap) βάσει των διαθέσιμων και έγκυρων ενδείξεων είναι 80%. Ίσως, αντί επιβεβαίωση (confirmation) θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ο όρος ισχυροποίηση ή ενδυνάμωση (corroboration) του Popper,[23] ως εκφράζουσα την τάση που έχει κάθε έγκυρη ένδειξη να ισχυροποιεί τη θεωρία, ουδέποτε όμως την επιβεβαιώνει (με την έννοια ότι απαιτούνται άπειρες θετικές παρατηρήσεις υπέρ της υπόθεσης, ενώ μία αρνητική κατά αυτής τη διαψεύδει και την καταργεί.

6. Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΥΧΑΙΟΤΗΤΑΣ

Ως καθοριστική, η έννοια της τυχαιότητας απαιτεί και εκείνη ορισμό και αυτός σχετίζεται με τη μέθοδο επιλογής των στοιχείων και με το εάν η τυχαιότητα επηρεάζει σημαντικά τη σχετική συχνότητα.

Παράδειγμα: Έστω ότι σε ένα δρόμο τοποθετούμε δείκτες αποστάσεων, μεγάλους για να δηλώνουν το 1 km και μικρούς που δηλώνουν τα 100 m (1/10 του km). Περπατώντας σε αυτόν το δρόμο για μεγάλο χρονικό διάστημα και υπολογίζοντας τις σχετικές συχνότητες των μεγάλων δεικτών (km), η τιμή που θα λάβουμε θα προσεγγίζει το όριο 1/10 (δηλαδή, θα συναντάμε ένα μεγάλο δείκτη σε σύνολο 10 δεικτών), δηλαδή 0,1. Παρατηρώντας την τάση αυτή, μπορεί κάποιος να μιλήσει για μια συγκεκριμένη πιθανότητα να συναντήσει ένα μεγάλο δείκτη (km). Εντούτοις, υπάρχει διαφορά στην περίπτωση των δεικτών και στην περίπτωση ενός παιχνιδιού τύχης (π.χ. ζάρια). Η σειρά των παρατηρήσεων στην περίπτωση των μικρών και μεγάλων δεικτών απόστασης διαφέρει από τη σειρά παρατηρήσεων σε ένα παιχνίδι τύχης ως προς το ότι η πρώτη σειρά υπακούει σε ένα συγκεκριμένο νόμο. Ακριβώς σε κάθε 10η παρατήρηση (αρχίζοντας από την αφετηρία) εμφανίζεται το χαρακτηριστικό «μεγάλος δείκτης (1 km)», ενώ σε κάθε άλλη παρατήρηση εμφανίζεται το χαρακτηριστικό «μικρός δείκτης (100 m)». Περνώντας ένα μεγάλο δείκτη γνωρίζουμε ακριβώς ποιος θα είναι ο επόμενος και γνωρίζουμε ότι είναι αδύνατο να είναι ένας μεγάλος δείκτης. Ο επόμενος δείκτης θα είναι ένας «μικρός δείκτης» χωρίς εξαίρεση. Αντίθετα, εάν «ρίχνοντας» ένα ζευγάρι ζάρια «φέρουμε εξάρες», το γεγονός αυτό με κανέναν τρόπο δεν επηρεάζει τη δυνατότητα να ξαναφέρουμε εξάρες στο επόμενο ρίξιμο των ζαριών.

Μόνο σειρές παρατηρήσεων που ανήκουν στην περίπτωση ενός τυχερού παιχνιδιού και ικανοποιούν την αρχή της τυχαιότητας αναφέρονται εδώ ως ορθές ομαδοποιήσεις και γενικά ομαδοποιήσεις. Ο όρος πιθανότητα χρησιμοποιείται για να εκφράσει την οριακή τιμή της σχετικής συχνότητας σε αυτού του είδους τη σειρά παρατηρήσεων, δηλαδή αυτού του είδους την ομαδοποίηση, η οποία ικανοποιεί την αρχή της τυχαιότητας. Ο ορισμός της τυχαιότητας μπορεί να δοθεί βάσει των ανωτέρω και του γεγονότος ότι η ουσιαστική διαφορά μεταξύ της σειράς των αποτελεσμάτων (παρατηρήσεων) που λαμβάνονται με το ρίξιμο των ζαριών και την τακτική σειρά εμφάνισης των μεγάλων και των μικρών δεικτών, συνίσταται στη δυνατότητα δημιουργίας μεθόδου επιλογής των στοιχείων (χαρακτηριστικών) κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να επέρχεται σημαντική διαφορά στις σχετικές συχνότητες.

Παράδειγμα:[1] Αρχίζουμε με ένα μεγάλο δείκτη (km) και καταγράφουμε μόνο κάθε δεύτερο δείκτη που περνάμε. Η σχέση μεταξύ των σχετικών συχνοτήτων των μεγάλων και των μικρών δεικτών θα συγκλίνει τώρα προς το 1/5 αντί 1/10, μια σημαντική μεταβολή λόγω αλλαγής της μεθόδου επιλογής των στοιχείων.

Παρόλα αυτά, εάν η ίδια μέθοδος επιλογής ή άλλη, απλή ή πολύπλοκη, εφαρμοστεί στην περίπτωση του τυχερού παιχνιδιού (ρίξιμο ζαριών), η επίδρασή της στο αποτέλεσμα θα είναι μηδενική. Η σχετική συχνότητα να εμφανιστούν εξάρες σε όλες τις επιλεγείσες επιμέρους σειρές παρατηρήσεων θα είναι η ίδια με αυτή της αρχικής.

Αυτή η αδυναμία, η μη δυνατότητα να επηρεαστεί η σχετική συχνότητα εμφάνισης ενός χαρακτηριστικού με μια μέθοδο επιλογής σε ένα παιχνίδι τύχης είναι η χαρακτηριστική και κρίσιμη ιδιότητα, κοινή σε όλες τις σειρές παρατήρησης ή τα μαζικά φαινόμενα, τα οποία συνιστούν το κατάλληλο πεδίο εφαρμογής του συλλογισμού των πιθανοτήτων.

Τελικά, μια ομαδοποίηση η οποία είναι κατάλληλη για την εφαρμογή της θεωρίας των πιθανοτήτων πρέπει να πληροί δύο προϋποθέσεις:

- Οι σχετικές συχνότητες πρέπει να συγκλίνουν προς ένα όριο
- Αυτές οι οριακές τιμές πρέπει να παραμένουν ανεπηρέαστες σε όλες τις επιμέρους σειρές που μπορεί να δημιουργηθούν-επιλεγούν από την αρχική με οποιονδήποτε αυθαίρετο τρόπο.

Συμπερασματικά και συνοπτικά:

1. Μπορούμε να μιλάμε για πιθανότητες μόνο σε αναφορά προς μια ορθώς ορισμένη ομαδοποίηση
2. Μια ομαδοποίηση είναι ένα μαζικό φαινόμενο ή μια απεριόριστη σειρά-ακολουθία παρατηρήσεων, που πληροί τις ακόλουθες δύο προϋπόθεσεις:
   2.1. Οι σχετικές συχνότητες των επιμέρους χαρακτηριστικών (στοιχείων) εντός της ομαδοποίησης τείνουν προς ορισμένα όρια
   2.2. Τα όρια αυτά (οι σχετικές συχνότητες) δεν επηρεάζονται από τη μέθοδο επιλογής των επιμέρους στοιχείων. Δηλαδή, εάν υπολογιστεί η σχετική συχνότητα ορισμένου χαρακτηριστικού, όχι στην αρχική ομάδα αλλά σε μια υποομάδα, η οποία επιλέχθηκε σύμφωνα με δεδομένη μέθοδο, τότε η σχετική συχνότητα του χαρακτηριστικού αυτής της υποομάδας τείνει προς το ίδιο όριο που τείνει και στην αρχική ομάδα
3. Τα αναφερόμενα στο 2 ορίζουν την αρχή της τυχαιότητας
4. Η οριακή τιμή της σχετικής συχνότητας δεδομένου χαρακτηριστικού σε μια ομαδοποίηση, το οποίο είναι ανεξάρτητο από τη μέθοδο επιλογής, ορίζεται ως η πιθανότητα αυτού του χαρακτηριστικού εντός της συγκεκριμένης ομαδοποίησης
5. Εάν μια σειρά παρατηρήσεων πληροί μόνο την πρώτη προϋπόθεση (ύπαρξη οριακών σχετικών συχνοτήτων) αλλά όχι και τη δεύτερη, τότε αυτή η οριακή σχετική συχνότητα καλείται «ευκαιρία» εμφάνισης του σχετικού χαρακτηριστικού και όχι πιθανότητα.

ABSTRACT

Probability theory: Probability calculus or uncertainty calculus

E. ANEVLAVIS

1st Department of Internal Medicine, Konstantopoulio General Hospital N. Ionia "Agia Olga", Athens, Greece

Archives of Hellenic Medicine 2005, 22(2):134–145

There are two main theories of probability. The first is based on the concept of statistical probability (as either the absolute value of the frequency or, more recently, the limit value of the relative frequency). The second is based on the concept of logical probability and, more recently, logical inductive probability. The real world, that in which we live and act, is uncertain and the only way to approach it systematically and scientifically is by measuring this uncertainty, using probability theory. The concept of probability is relative, partly to what we know and partly to what we do not know. Throwing a fair dice we know for sure, that of the six numbers one will result, but we do not know which. The ratio of the number that favors the appearance of an event to the total number of all possible cases is the measure of probability, on condition that all events have the same probability to occur (principle of indifference). In a more refined way, probability is the numerical value of the limit that the relative frequency tends to, in an infinite (theoretically) series of observations (outcomes). In the case of all mass, repeatable phenomena, as the number of observations increases, the relative frequencies become more and more stabilized and deviate less and less from a certain value, which can be taken as the probability of occurrence of this given event. The inductive logic on which physical sciences are based leads to probabilistic conclusions (for absolute certainty an infinite number of observations is needed). The concept of logical probability is similar to logical implication. When a numerical value is assigned to the logical probability, this is termed inductive logical probability, that is, an inductive system where, for any pair of logical propositions of which one verifies evidence E and the other states a hypothesis Y, it is possible to define a degree (numerical value) of certainty for the hypothesis Y, given the evidence E. The concept of inductive logical probability unifies the concepts of statistical (mathematical) probability and logical probability.

Key words: Classical probability theory, Inductive probability, Logical probability, Probability theory

Βιβλιογραφία

1. VON MISSES R. *Probability statistics and truth.* 2nd ed. Dover Publ Inc, New York, 1981:1–29
2. VON MISSES R. *Probability statistics and truth.* 2nd ed. Dover Publ Inc, New York, 1981:30–65
3. LICHTENBERG GC, SCHRIFTEN V. 1er Teil, II, 1, Goettingen 1853, I:79. Αναφέρεται από τον Richard Von Misses στο *Probability, Statistics and Truth.* Dover Publ Inc, 2nd ed, 1981:1
4. LEWIS C. *Alice's adventures in wonderland and through the looking-glass.* St Martin's Press, New York, 1971:220
5. MARQUIS DE LAPLACE. *A philosophical essay on probabilities.* Dover Publ Inc, New York, 1995:6–7
6. ΓΙΑΝΝΙΤΣΟΥ Β. Η έννοια της πιθανότητας και η εφαρμογή της στις επιστήμες υγείας. Διπλωματική εργασία, Αθήνα, 2003
8. WEAVER W. *Lady luck. The theory of probability.* Dover Publ Inc, New York, 1982:43–52
9. MARQUIS DE LAPLACE. *A philosophical assay on probabilities.* Dover Publ Inc, New York, 1995. Πρώτη δημοσίευση στα γαλλικά στο Παρίσι το 1814
10. VON MISSES R. *Probability statistics and truth.* 2nd ed. Dover Publ Inc, New York, 1981. Πρώτη δημοσίευση στα γερμανικά το 1928
11. VON MISSES R. *Probability statistics and truth.* 2nd ed. Dover Publ Inc, New York, 1981. *Life table for the total population.* United States 1999. National vital statistics report 2002:50
12. CARNAP R. *An introduction to the philosophy of science.* Martin Gardner, Dover Publ Inc, New York, 1995:27
13. REICHENBACH H. *The theory of probability.* University of California Press, 1949
14. MARQUIS DE LAPLACE. *A philosophical assay on probabilities.* Dover Publ Inc, New York, 1995:16
15. KEYNES JM. *Treatise on probability.* Macmillan, London, 1921
16. CARNAP R. *An introduction to the philosophy of science.* Martin Gardner, Dover Publ Inc, New York, 1995:31–32
17. CARNAP R. *Logical foundation of probability.* Chicago University Press, Chicago, 1950
18. CARNAP R. *Logical foundation of probability.* Chicago University Press, Chicago, 1951
19. IMPLICATION (συνεπαγωγή). Η έκφραση της συμβολικής λογικής «X>Y» διαβάζεται στη μεταγλώσσα της λογικής «X συνεπάγεται Y», ανήκει όμως στο λογικό συλλογισμό καθεαυτό και συνεπώς υποδηλώνει ό,τι και ορθότερα διατυπώνεται ως «εάν X τότε Y». Το σύμβολο «>» της συμβολικής λογικής, που διαβάζεται ως «συνεπάγεται», λαμβάνεται εδώ ότι δηλώνει αυστηρή συνεπαγωγή, δηλαδή την ύπαρξη αναγκαίας σύνδεσης μεταξύ δύο προτάσεων, από τις οποίες η μια μπορεί να λεχθεί ότι συνεπάγεται την άλλη.
20. KNEEBONE GT. *Mathematical logic and the foundations of mathematics. An introductory survey.* Dover Publ Inc, New York, 2001:54
21. STOLYAR AA. *Introduction to elementary mathematical logic.* Dover Publ Inc, New York, 1983:38–41
22. CARNAP R. *An introduction to the philosophy of science.* Martin Gardner, Dover Publ Inc, New York, 1995:32–39
23. POPPER KR. *The logic of scientific discovery.* Unwin Hyman, London, 1990 (14th impression):387–419

Corresponding author:

E. Anevlavis, 17 Antheon street, GR-152 33 Chalandri, Greece
e-mail: impious@otenet.gr